

**Zkouškové předměty a okruhy otázek
ke státním závěrečným zkouškám na katedře matematiky**
Bakalářské studium

Obsah

1 Studijní obory akreditované od roku 2013	1
1.1 Obor Matematické inženýrství (všechna zaměření)	1
1.2 Obor Matematická informatika	3
1.3 Obor Aplikovaná informatika	5

1 Studijní obory akreditované od roku 2013

1.1 Obor Matematické inženýrství (všechna zaměření)

Předmět obecného základu

1. Matematická analýza a lineární algebra

Předměty užší specializace s možností výběru

1. Základy numerické matematiky
2. Základy matematické statistiky
3. Analytická mechanika

Matematická analýza a lineární algebra

1. Diferenciální počet reálné proměnné - derivace, její aplikace pro vyšetřování funkce, věty o přírůstku funkce.
2. Riemannův integrál v \mathbb{R} , definice, postačující podmínky existence, Newtonova formule, substituce, per partes, věty o střední hodnotě.
3. Číselné řady, kritéria konvergence, přerovnávání řad, součin řad.
4. Močinné řady, vlastnosti součtu močinné řady, Taylorův polynom, Taylorova řada, rozvoje základních funkcí do Taylorovy řady.
5. Derivace v \mathbb{R}^n , parciální derivace, gradient, věty o přírůstku funkce, extrémy funkcí více proměnných, vázané extrémy.
6. Lebesgueův integrál - definice, měřitelné množiny a funkce, Fubiniova věta, věta o substituci, spojitost integrálu, věty o záměnách (integrál a řada, integrál a limita, integrál a derivace).
7. Derivace v komplexním oboru, holomorfní funkce, Cauchyova věta a Cauchyův vzorec, Laurentův rozvoj a typy singularit, reziduová věta.
8. Lineární zobrazení a jeho matice, soustavy lineárních algebraických rovnic, Frobeniova věta.
9. Hermitovské a kvadratické formy, skalární součin a ortogonalita, nerovnosti.

10. Lineární operátory a čtvercové matice, determinant, vlastní čísla, diagonalizovatelnost, normální operátory.

Základy numerické matematiky

1. Finitní a iterační metody řešení pro soustavy lineárních algebraických rovnic a inverzní matice.
2. Řešení částečného a úplného problému vlastních čísel.
3. Řešení nelineárních algebraických a transcendentních rovnic a jejich soustav.
4. Lagrangeova interpolace, numerický výpočet derivace, a numerický výpočet integrálu.
5. Numerické řešení počátečních úloh pro obyčejné diferenciální rovnice a jejich soustavy.
6. Metody řešení okrajových úloh pro obyčejné diferenciální rovnice založené na převodu na počáteční úlohy.
7. Metoda sítí a řešení okrajových úloh pro obyčejné diferenciální rovnice.
8. Vlastnosti diferenčních schémat a metody jejich vyšetřování, Laxova věta.
9. Diferenční metody pro řešení parciálních diferenciálních rovnic eliptického typu a parabolického typu.
10. Diferenciální a integrální podoba hyperbolických zákonů zachování a základy jejich numerického řešení.

Základy matematické statistiky

1. Axiómy pravděpodobnosti, podmíněná pravděpodobnost, nezávislost náhodných veličin.
2. Rozdělení pravděpodobnosti, diskrétní a spojité modely, hustota a distribuční funkce.
3. Transformace náhodných veličin, příklady rozdělení (t, F, χ^2), jejich použití.
4. Charakteristiky náhodných veličin, střední hodnota, korelace a kovariance.
5. Konvergence skoro jistá, podle pravděpodobnosti a v distribuci, vazby mezi nimi.
6. Limitní věty, zákony velkých čísel, centrální limitní věty a jejich použití.
7. Statistické bodové odhady, jejich vlastnosti a kritéria optimality (asymptotika).
8. Nejlepší nestranný odhad a metoda maximální věrohodnosti.
9. Testování hypotéz, nejsilnější testy, F-test, t-test a jejich použití v gaussovském modelu.
10. Konfidenční intervaly, jejich konstrukce, testy dobré shody (Pearsonův).

Analytická mechanika

1. Lagrangeovy rovnice v klasické mechanice; klasifikace vazeb
2. Princip virtuálních posunutí a statická rovnováha mechanických soustav s vazbami; d'Alembertův princip
3. Redukce úlohy o izolované soustavě 2 hmotných bodů pomocí 10 základních zákonů zachování; Keplerova úloha

4. Malé kmity soustav hmotných bodů, módy, normální souřadnice
5. Hamiltonův princip v klasické mechanice z hlediska základů variačního počtu
6. Jacobiho variační princip v klasické mechanice jako analog Fermatova principu v geometrické optice
7. Pohyb nabité částice v elektromagnetickém poli v Lagrangeově a Hamiltonově formalismu
8. Teorém Noetherové v Lagrangeově a Hamiltonově formalismu
9. Kanonické transformace a jejich invarianty; Liouvilleova věta statistické mechaniky
10. Hamiltonova-Jacobiho rovnice

1.2 Obor Matematická informatika

Předmět obecného základu

1. Algebra (lineární a obecná)

Předměty užší specializace s možností výběru

1. Aplikace diskrétní matematiky
2. Operační systémy a jazyk C++
3. Matematická analýza

Algebra (lineární a obecná)

1. Vektorový prostor, báze a dimenze, lineární závislost
2. Lineární zobrazení a jeho matice, soustavy lineárních algebraických rovnic, Frobeniova věta
3. Hermitovské a kvadratické formy, skalární součin a ortogonalita
4. Čtvercové matice, determinant, vlastní čísla, diagonalizovatelnost
5. Cyklické grupy
6. Normální podgrupy
7. Okruhy, ideály
8. Tělesa, charakteristika tělesa, prvočísla
9. Konečná tělesa
10. Svazy a svazová uspořádání

Aplikace diskrétní matematiky

1. Dělitelnost v \mathbb{Z} , nsd, nsn, Eukleidův algoritmus, lineární diofantické rovnice. Kongruence modulo m, malá Fermatova věta, Eulerova funkce, Eulerova věta.
2. Prvočísla, faktorizace na prvočinitele, aritmetické funkce (Eulerova funkce, počet a součet dělitelů, Möbiova funkce), dokonalá čísla, Mersennova prvočísla, Fermatova čísla, invertovací formule.

3. Testování prvočíselnosti, Fermatův test, pseudoprvočísla, Carmichaelova čísla, Millerův-Rabinův test, šifrování s veřejně přístupným klíčem, RSA.
4. Lineární diferenční rovnice, homogenní i s různými typy pravých stran, Josefův problém a jeho zoubecnění.
5. Obyčejné a exponenciální generující funkce, řešení diferenčních rovnic pomocí nich, Catalanova čísla, Bernoulliova čísla, Bellova čísla.
6. Lineární kódy, generující a kontrolní matice. Standardní dekódování, syndromy.
7. Cyklické kódy, generující a kontrolní polynomy.
8. Kódování informačních znaků, systematické kódy.
9. Hammingovy kódy.
10. BCH kódy.

Operační systémy a jazyk C++

1. Přidělování procesoru, procesy, vlákna.
2. Přidělování paměti, stránkování.
3. Synchronizace procesů, semafory.
4. Práce se soubory (identifikační čísla souborů, otvírání souborů, čtení a zápis dat).
5. Soubory zobrazované do paměti (memory mapped files).
6. Prostředky pro objektově orientované programování v C++.
7. Prostředky pro generické programování v C++. Syntax, použití, význam.
8. Výjimky a práce s nimi.
9. Prostředky pro dynamickou identifikaci typů. Tabulka virtuálních metod.
10. Vstupy a výstupy v jazyce C++.

Matematická analýza

1. Diferenciální počet reálné proměnné - derivace, její aplikace pro vyšetřování funkce, věty o přírůstku funkce.
2. Riemannův integrál v \mathbb{R} , definice, postačující podmínky existence, Newtonova formule, substituce, per partes, věty o střední hodnotě.
3. Číselné řady, kritéria konvergence, přerovnávání řad, součin řad.
4. Mocninné řady, vlastnosti součtu mocninné řady, derivování a integrování člen po členu.
5. Taylorův polynom, Taylorova řada, rozvoje základních funkcí do Taylorovy řady.
6. Posloupnosti a řady funkcí, typy konvergence, kritéria konvergence, věty o záměnách a spojitosti.
7. Derivace v \mathbb{R}^n , parciální derivace, gradient, věty o přírůstku funkce.

8. Totální diferenciál funkce více proměnných, věta o parciální derivaci složené funkce více proměnných. Inverzní zobrazení a jeho Jacobiova matici.
9. Extrémy funkce více proměnných (typologie). Vázané extrémy. Nutná a postačující podmínky pro lokální, resp. lokální vázaný extrém.
10. Lebesgueův integrál více proměnných. Definice, Fubiniova věta, věta o substituci. Užití integrálu, objem tělesa.

1.3 Obor Aplikovaná informatika

Předmět obecného základu

1. Základy algoritmizace

Předměty užší specializace s možností výběru

1. Programovací jazyky a operační systém UNIX
2. Sítové aplikace

Základy algoritmizace

1. Datová struktura seznam (vkládání prvků, vyhledávaní, mazání).
2. Binární stromy (vkládání prvků, vyhledávaní, mazání).
3. B-stromy (vkládání prvků).
4. Návrh algoritmu metodou hledání s návratem (backtracking), problém rozmístění osmi dam na šachovnici.
5. Třídění haldou (heap sort).
6. Rychlé třídění (quick sort).
7. Přihrádkové a lexikografické třídění.
8. Vyvážené stromy (přidávání vrcholu).
9. Zpracování aritmetického výrazu pomocí binárního stromu.
10. Zobrazení čísel v paměti počítače, algoritmy pro práci s nimi.

Programovací jazyky a operační systém Unix

1. Datové typy jazyka Pascal (výčtové typy, číselné typy, řetězce znaků, pole a záznamy).
2. Příkazy jazyka Pascal (podmíněný příkaz, příkazy cyklu, příkaz „with“).
3. Předávání parametrů hodnotou a odkazem v jazyce Pascal.
4. Ukazatele a dynamické datové struktury.
5. Práce se soubory.
6. Objektově orientované typy (v jazyce Turbo Pascal, Object Pascal, Java nebo C++).
7. Virtuální metody, tabulka virtuálních metod.

8. Modulární programování (units, definice rozhraní a implementační část modulu, samostatný překlad modulů).
9. Souborový systém v operačním systému Unix (adresáře, přístupová práva, základní příkazy pro práci se soubory, práce s disketami, síťový systém NFS).
10. Jádro systému Unix, administrace systému Unix (uživatelé a skupiny).

Sít'ové aplikace

1. Standard pro návrh komunikačních systémů - ISO/OSI referenční model
2. Návrh a popis transportní (případně i aplikační) komunikační vrstvy
3. Bezpečné připojení k internetu, zabezpečení sítě. (Firewall, NAT, masquerade)
4. Bezpečné komunikační kanály, tunelování, virtuální privátní sítě
5. Speciální protokoly internetu: IPSec, multicast
6. Nastupující protokoly internetu: IPv6
7. Internet a e-mail - přenos a formátování zpráv
8. Internet a e-mail - pokročilé formátování a přenos zpráv
9. Elektronický podpis. Infrastruktura veřejného klíče
10. Certifikáty a certifikační autority. Infrastruktura veřejného klíče

Poslední úprava: 15. května 2023 Otázky a podněty zasílejte na: pavel.strachota@fjfi.cvut.cz
