

# Teorie informace a náhodné procesy

Předmět SZZ NMS Aplikované matematicko-stochastické metody

## Otázka č. 1:

### Entropie, relativní entropie, informace a vztahy mezi nimi, Fanova nerovnost

- Definice entropie pro jednu a více náhodných veličin, definice střední podmíněné entropie a vztahy mezi nimi
- Definice relativní entropie a informace, jejich vlastnosti a základní nerovnosti
- Fanova nerovnost a vysvětlení jejího významu

## Otázka č. 2:

### Asymptotická rovnočetnost typických zpráv (AEP), typické množiny zpráv, věta o AEP, důsledky

- Věta o asymptotické ekvipartiční vlastnosti a její důkaz
- Definice typické množiny zpráv, její vlastnosti a možné aplikace
- Zobecnění na typické dvojice zpráv

## Otázka č. 3:

### Kompresce dat, Kraftova nerovnost, optimální kódy, Huffmanův kód a jeho optimalita

- Definice kódu zdroje a jednotlivé typy kódů
- Kraftova nerovnost a její verze
- Věta o střední délce instantního kódu, definice Shannon-Fanova kódu a jeho vlastnosti.
- Definice Huffmanova kódu a jeho optimalita

## Otázka č. 4:

### Markovovy řetězce, definice rychlosti entropie, věty o rychlosti entropie pro stacionární a markovovské zdroje

- Definice stacionárního, markovského a homogenního procesu
- Popis markovského homogenního procesu, jeho stacionární rozdělení
- Definice rychlosti entropie a mezní podmíněné entropie symbolu, jejich existence a výpočet

## Otázka č. 5:

### Informační kanály a jejich kapacita, kódování kanálu, přenositelnost zdrojů kanály

- Definice informačního kanálu, informační kapacita kanálu a její výpočet, příklady kanálů
- Bezpečnostní rozšíření kanálu,  $(M, n)$ -kód a jeho pravděpodobnosti chyby
- Rychlost přenosu informace kanálem, definice operační kapacity kanálu
- Shannonova věta a základní myšlenka využití typických dvojic zpráv v jejím důkazu

**Otázka č. 6:**

**Definice náhodného procesu, Kolmogorovova věta, konzistentní systém konečněrozměrných rozdělání, existence spojitě verze**

- a) Uveďte definici náhodného procesu a několik důležitých příkladů
- b) Definujte konzistentní systém konečněrozměrných rozdělání, Daniell-Kolmogorovova existenční věta
- c) Kolmogorov-Čentsovova věta nebo Lévyho konstrukce Wienerova procesu

**Otázka č. 7:**

**Markovské procesy s diskrétním a spojitým časem, analýza prvního kroku, klasifikace stavů, limitní chování**

- a) Markovské procesy s diskrétním časem, matice přechodu pravděpodobností, Markovské procesy se spojitým časem a matice  $P(t)$ , generátor
- b) Analýza prvního kroku pro pravděpodobnost absorpce i střední dobu návratu
- c) Klasifikace stavů (rekurentní, tranzitní (=přechodný)), limitní chování

**Otázka č. 8:**

**Pojem limity, spojitosti a derivace náhodného procesu, integrál náhodného procesu, Wienerův proces, Poissonův proces**

- a) Limita, spojitost a derivace náhodného procesu
- b) Proces s ortogonálními přírůstky, přírůstková funkce, definice  $\int_0^t f(s)dW_s$
- c) Definujte Wienerův proces a uveďte základní vlastnosti (Markovská vlastnost, Gaussovský proces, autokovarianční funkce, vlastnosti trajektorií)
- d) Definujte Poissonův proces, uveďte základní vlastnosti

**Otázka č. 9:**

**Silně a slabě stacionární procesy, ergodická věta pro slabě stacionární procesy, Karhunen-Loévyho věta, spektrální rozklad Wienerova procesu, Bochnerova věta, Herglotzovo lemma**

- a) Ergodická věta pro slabě stacionární procesy
- b) Bochnerova věta, Herglotzovo lemma, slabě stacionární procesy
- c) Karhunen-Loévyho věta a spektrální rozklad pro Wienerův proces

**Otázka č. 10:**

**Chapman-Kolmogorovy rovnice pro Markovovy řetězce, pro Markovské procesy, Kolmogorovy diferenciální rovnice**

- a) Chapman-Kolmogorovy rovnice pro Markovovy řetězce (s odvozením)
- b) Hustota pravděpodobnosti přechodu, Chapman-Kolmogorovy rovnice pro Markovovy procesy se spojitým časem
- c) Zpětná a dopředná Kolmogorova rovnice - jen znění