Matematická analýza a lineární algebra

1. Diferenciální počet reálné proměnné - derivace, její aplikace pro vyšetřování funkce, věty o přírůstku funkce.

2. Riemannův integrál v $\mathbb{R}$, definice, postačující podmínky existence, Newtonova formule, substituce, per partes, věty o střední hodnotě.

3. Číselné řady, kritéria konvergence, přerovnávání řad, součin řad.

4. Mocninné řady, vlastnosti součtu mocninné řady, Taylorův polynom, Taylorova řada, rozvoje základních funkcí do Taylorovy řady.

5. (Totální) derivace zobrazení z $\mathbb{R}^n$ do $\mathbb{R}^m$. Parciální derivace a gradient funkce více proměnných. Vztah mezi derivací a parciální derivací. Věty o přírůstku funkce.

6. Nutná a postačující podmínka extrému funkce více proměnných. Hledání (volných) extrémů. Nutná a postačující podmínka vázaného extrému funkce více proměnných. Hledání vázaných extrémů.

7. Lineární diferenciální rovnice n-tého řádu

$$y^{(n)} + p_1(x)y^{(n-1)} + \cdots + p_n(x)y = f(x) \ \text{ v intervalu } \mathcal{I}$$

   a) řešení lineární diferenciální rovnice n-tého řádu bez pravé strany, fundamentální systém
   b) řešení lineární diferenciální rovnice n-tého řádu s pravou stranou, metoda variace konstant

8. Soustavy lineárních diferenciálních rovnic prvního řádu

$$\boldsymbol{y}' \quad = \quad \mathbf{A}(x)\,\boldsymbol{y} + \boldsymbol{b}(x) \quad \text{v intervalu } \mathcal{I}$$

   a) řešení soustavy lineárních diferenciálních rovnic prvního řádu bez pravé strany, fundamentální systém
   b) řešení soustavy lineárních diferenciálních rovnic prvního řádu s pravou stranou, metoda variace konstant

9. Abstraktní Lebesgueův integrál. Jednotlivé kroky konstrukce integrálu od jednoduchých funkcí po funkce komplexní. Tonelliho-Fubiniho věta. Věta o substituci pro Lebesgueův integrál v $\mathbb{R}^n$.

10. Postačující podmínky garantující záměnu Lebesgueova integrálu a řady. Věty o záměně limity a integrálu a záměně derivace a integrálu (pro funkci závislou na parametru).

11. Derivace funkce podle komplexní proměnné, holomorfní funkce a Cauchyovy-Riemannovy rovnice, křivkový integrál v $\mathbb{C}$, index bodu vzhledem ke křivce, Goursatova věta a Cauchyův vzorec pro konvexní množiny, analytické funkce a jejich vztah k holomorfním funkcím.

12. Kořeny a izolované singularity holomorfních funkcí, typy singularit, Laurentovy řady a jejich konvergence, věta o rozvoji holomorfní funkce do Laurentovy řady, Laurentova řada holomorfní funkce na okolí izolované singularity, Liouvilleova věta.

13. Křivkový integrál v $\mathbb{C}$ (zavedení), index bodu vzhledem ke křivce (definice), Cauchyova věta a Cauchyův vzorec (obecná formulace), homotopie a Cauchyova věta, reziduum holomorfní funkce v izolované singularitě (definice), reziduová věta.

14. Lineární zobrazení a jeho matice, soustavy lineárních algebraických rovnic, Frobeniova věta.

15. Hermitovské a kvadratické formy, polární báze, zákon setrvačnosti, matice kvadratické formy, kritéria pro určování charakteru formy.

16. Skalární součin a norma, ortogonalita, nerovnosti, ortogonální doplněk.

17. Determinant matice a determinant operátoru.

18. Vlastní čísla a diagonalizovatelnost matic a operátorů.

19. Rieszova věta, sdružený operátor. Normální, hermitovský a unitární operátor.