

Numerická matematika - volitelný předmět SZZ NMS Matematické inženýrství

Přehled otázek

1. Použití metody konečných prvků pro danou eliptickou úlohu
2. Galerkinova metoda pro přibližné řešení variační úlohy
3. Definice a nejběžnější druhy konečných prvků
4. Lokální a globální interpolant
5. Vztahy ekvivalence mezi konečnými prvky
6. Vystředované Taylorovy polynomy
7. Tvar zbytku ve vystředovaném Taylorově rozvoji
8. Bramble-Hilbertova věta
9. Lokální odhad interpolační chyby
10. Globální odhad interpolační chyby
11. Věty o citlivosti spekter matic
12. Zpětná analýza problému vlastních čísel
13. Citlivost a zpětná stabilita řešení soustav lineárních algebraických rovnic
14. Konstrukce QR rozkladů
15. Krylovovské metody
16. Lanczosův algoritmus
17. Metoda sdružených gradientů
18. Metody pro nesymetrické matice

Otázka č. 1:**Použití metody konečných prvků pro eliptickou úlohu**

Pro úlohu

$$\begin{aligned} -\operatorname{div}(\lambda(x)\nabla u) + q(x)u &= f(x) \text{ v } \Omega \\ u|_{\partial\Omega} &= 0 \end{aligned}$$

kde $\Omega = (0, L_1) \times (0, L_2)$

- popište princip metody konečných prvků
- použijte lineární Lagrangeův prvek
- komentujte odhad chyby metody

Otázka č. 2:**Galerkinova metoda pro přibližné řešení variační úlohy**

- Princip metody
- Vztah přibližného a přesného řešení variační úlohy

Otázka č. 3:**Definice a nejběžnější druhy konečných prvků**

- Definujte pojem konečného prvku
- Popište nejběžnější druhy konečných prvků

Otázka č. 4:

Lokální a globální interpolant

- a) Definujte lokální interpolant
- b) Definujte globální interpolant
- c) Uveďte souhrnně jejich základní vlastnosti

Otázka č. 5:

Vztahy ekvivalence mezi konečnými prvky

- a) Definujte tyto vztahy
- b) Uveďte jejich základní vlastnosti

Otázka č. 6:

Vystředované Taylorovy polynomy

- a) Definujte vystředovaný Taylorův polynom
- b) Uveďte jeho základní vlastnosti

Otázka č. 7:

Tvar zbytku ve vystředovaném Taylorově rozvoji

- a) Uveďte tvar tohoto zbytku
- b) Uveďte jeho základní vlastnosti

Otázka č. 8:
Bramble-Hilbertova věta

- a) Znění věty
- b) Základní kroky důkazu

Otázka č. 9:
Lokální odhad interpolační chyby

- a) Uveďte tvar odhadu
- b) Komentujte základní kroky jeho důkazu

Otázka č. 10:
Globální odhad interpolační chyby

- a) Uveďte tvar odhadu
- b) Komentujte základní kroky jeho důkazu

Otázka č. 11:
Věty o citlivosti spekter matic

- a) Měření vzdálenosti spekter
- b) Věty o citlivosti spekter obecných matic
- c) Věty o citlivosti spekter speciálních tříd matic

Otázka č. 12**Zpětná analýza problému vlastních čísel**

- a) Co to je zpětná analýza a k čemu slouží?
- b) Zpětná analýza jednoduchého vlastního čísla
- c) Použití zpětné analýzy k odhadu chyby aproximace jednoduchého vlastního čísla

Otázka č. 13:**Citlivost a zpětná stabilita řešení soustav lineárních algebraických rovnic**

- a) Věty o citlivosti řešení soustav lineárních algebraických rovnic
- b) Zpětná analýza řešení soustav lineárních algebraických rovnic (Rigalova - Gachesova věta)
- c) Využití teorie citlivosti a zpětné analýzy k odhadu chyby aproximace

Otázka č. 14:**Konstrukce QR rozkladů**

- a) Formulace věty o QR rozkladu
- b) Givensova metoda konstrukce QR rozkladu
- c) Householderova metoda konstrukce QR rozkladu
- d) Porovnání obou metod, aplikace v problému nejmenších čtverců

Otázka č. 15:**Krylovovské metody**

- a) Definice $K_n(A, r_0)$, Arnoldiho algoritmus a jeho kompaktní schéma
- b) Metoda GMRES - definice metody, základní vlastnosti a problémy při výpočtu

Otázka č. 16:

Lanczosův algoritmus

- a) Odvození z Arnoldiho algoritmu
- b) Základní vlastnosti Lanczosova algoritmu, porovnání s Arnoldiho algoritmem
- c) Aplikace pro aproximaci spektra symetrické matice

Otázka č. 17:

Metoda sdružených gradientů

- a) Definice metody a předpoklady potřebné k jejímu odvození
- b) Základní vlastnosti metody sdružených gradientů

Otázka č. 18:

Metody pro nesymetrické matice

- a) Dvoustranný Lanczosův algoritmus - kompaktní schéma
- b) Aplikace v metodách bi-konjugovaných gradientů a QMR
- c) Vlastnosti metod bi-konjugovaných gradientů a QMR