

Algebra a její aplikace

1. Rozkladová tělesa polynomů a klasifikace konečných těles.
Kořenové nadtěleso, jeho existence a jednoznačnost, rozkladové nadtěleso, jeho existence a jednoznačnost, algebraicky uzavřené těleso, rozklad polynomu v algebraicky uzavřeném tělese, algebraický uzávěr, jeho existence a jednoznačnost. Konečná tělesa, počet jejich prvků a klasifikace.
2. Metody pro faktorizaci polynomů.
Bezčtvercová faktorizace nad tělesem char. 0 a nad konečným tělesem, faktorizace nad konečným tělesem – Berlekampův algoritmus, průběh faktorizace nad celými čísly – Henselovo zdvihání a kombinace faktorů, faktorizace více proměnných – Kroneckerův algoritmus.
3. Okruhy polynomů několika proměnných, symetrické polynomy.
Definice okruhu polynomů několika proměnných, posloupnosti ideálů, Hilbertova věta o bázi, symetrické polynomy, elementární symetrické polynomy, fundamentální věta o symetrických polynomech.
4. Gröbnerovy báze, Buchbergerův algoritmus, radikály.
Uspořádání termů v okruzích polynomů několika proměnných, přepisování a jeho vlastnosti, definice Gröbnerovy báze, kritický pár, Buchbergerova věta a algoritmus, redukovaná báze, její existence a jednoznačnost.
5. Hilbertova věta o nulách, vztahy okruhů a variet, Krullova dimenze.
Radikály v okruhu polynomů několika proměnných, Hilbertova věta o nulách a její důsledek, řešení soustav algebraických rovnic.
6. Galoisova teorie, Galoisovo rozšíření, Galoisova grupa a korespondence.
Galoisova grupa, separabilní rozšíření, jednoduchá rozšíření, fixované podtěleso, normální rozšíření, Galoisova korespondence – abstraktní a pro Galoisova rozšíření.
7. Perronovo lemma, rozložitelnost nezáporných matic, Perronova-Frobeniova věta, vlastní vektor ke spektrálnímu poloměru pro rozložitelné matice, Birkhoffova věta pro dvojité stochastické matice.
8. Definice grafu matice, rozložitelnost matice versus silná souvislost jejího grafu, algoritmus na určení rozložitelnosti matice.
9. Definice tenzorového součinu matic, jeho chování vzhledem k unárním a binárním maticovým operacím, spektrum tenzorového součinu, aplikace na řešení lineárních maticových rovnic.
10. Definice podobnosti dvou matic, vztah vlastních čísel a vektorů podobných matic, Jordanův tvar matice v algebraicky uzavřených tělesech, algoritmus pro jeho nalezení, důsledky pro kanonický tvar reálných a racionálních matic.