Fyzikální praktikum 1
FJFI ČVUT v Praze

05 - Poissonova konstanta a měření dutých objemů

Jméno:	Michaela Mašková
Datum měření:	26.10.2017
Skupina:	SK 3 - Čtvrtek
Kolega:	Jiří Tuháček
Klasifikace:	

Část I - Měření Poissonovy konstanty

1 Pracovní úkoly

1. DÚ: Odvoďte rovnici pro Poissonovu konstantu.
2. Změřte Poissonovu konstantu metodotou kmitajícího pístku.
3. Změřte Poissonovu konstantu Clément-Désormesovou metodou. Nezapomeňte provést opravu vašeho měření na systematické chyby.
4. Oba výsledky vzájemně porovnejte (procentuálně) a diskutujte, jestli je v rámci chyb můžete považovat za stejné.

2 Pomůcky

Digitální barometr, aparatura na měření Poissonovy konstanty Clément-Désormesovou metodou (skleněná báň se dvěma kohouty, otevřený manometr, gumový měch, stopky s fotoelektickou bránou), apataruta pro měření Poissonovy konstanty metodou kmitajícího pístku (skleněná baňka, skleněná trubice s postranním otvorem, pístek, elektrická pumpička na vzduch, stopky s fotoelektrickou bránou, spojovací trubice).

3 Teorie

Poissonova konstanta κ je poměr měrného tepla C_P při stálém tlaku a měrného tepla C_V za stálého objemu

$$\kappa = \frac{C_P}{C_V} \tag{1}$$

Poissonova konstanta je významná veličina pro popis termodynamického chování plynu. Její hodnota je vždy $\kappa > 1$ a závisí především na počtu atomů v molekulách měřeného plynu. Například pro dvouatomové molekuly je hodnota $\kappa = 1.4$ [1]. Její velikost je možné určit například ze změny tlaku v adiabatickém ději, pro který platí vztah

$$pV^{\kappa} = konst. \tag{2}$$

3.1 Clément-Désormesova metoda

Při měření touto metodou se využívá změny tlaku při adiabatické expanzi. V báni je nejdřív stlačen vzduch, takže hodnota tlaku v báni vzroste, v důsledku toho se změní výšky hladin v manometru. Po otevření kohoutu se tlaky uvnitř a vně vyrovnají, proběhne adiabatická expanze. Teplota vzduchu v báni klesne, počkáme tedy, až se teploty vně a uvnitř vyrovnají, výšky hladin se v reakci na tlakové změny opět změní.

Plyn v báni lze považovat za ideální plyn, pro první změnu tedy platí vztah (2). Druhá změna je izotermická, platí pro ni obecný vztah

$$p_1 V_1 = p_2 V_2 \tag{3}$$

Po vyjádření tří stavů plynu pomocí rovnic (2) a (3), kterými plyn projde, a jejich úpravě [3] dostaneme vztah pro výpočet Poissonovy konstanty Clément-Désormesovou metodou

$$\kappa = \frac{h}{h - h'}, \tag{4}$$

kde h je rozdíl výšky hladin po zvýšení tlaku, h' pak rozdíl výšky hladin po adiabatické expanzi a vyrovnání teplot.

Při měření nemůžeme zanedbat dobu t, po kterou je otevřený kohout, díky kterému dochází k adiabatické expanzi. Je tedy nutné po zpracování dat extrapolovat hodnotu κ do $t = 0$. Použijeme program gnuplot, hodnoty proložíme funkcí $f(t) = At + B$, jelikož můžeme považovat závislost κ na čase t za lineární. Poté dostaneme, že pro $f(0) = \kappa = B$.

3.2 Metoda kmitajícího pístku

Do baňky se přivádí měřený plyn, čímž se v ní vytváří mírný přetlak, který vytlačuje pístek v trubici směrem vzhůru. Ve chvíli, kdy se pístek dostane nad štěrbinu v této trubici, tlak v baňce se zmenší, pístek se posune dolů a celý proces se opakuje. Pokud zvolíme vhodný tlak v baňce, pístek bude kmitat okolo otvoru s periodou T. Snímač vždy zaznamená průchod pístku horní plohou, periodu tedy spočítáme jako $T = \frac{t}{N}$, kde $t = 5$ min a N je zaznamenaný počet průchodů horní polohou.

Poissonovu konstantu pak spočítáme za vztahu

$$\kappa = \frac{4mV}{T^2 p r^4}, \tag{5}$$

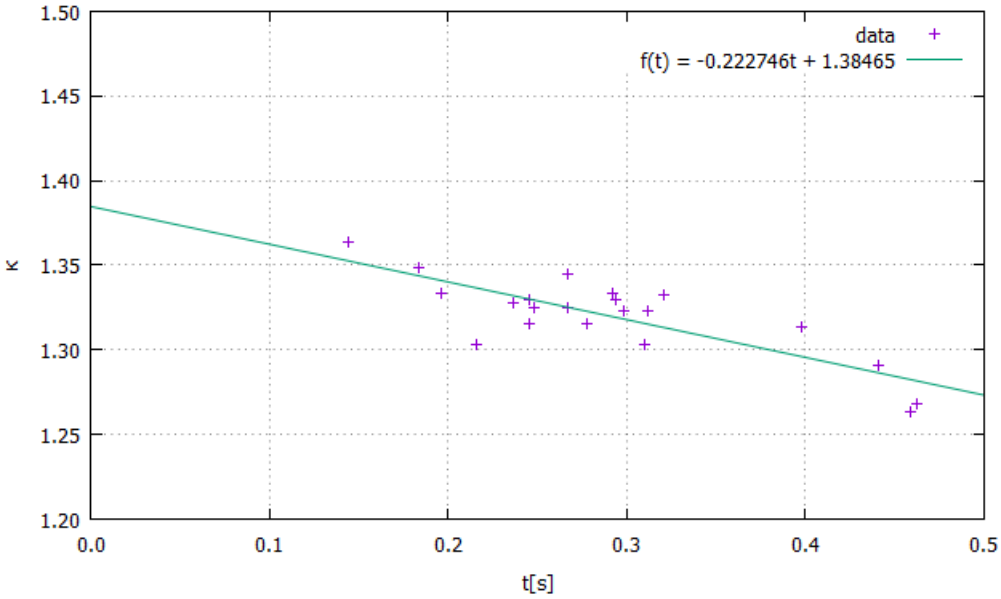
jeho odvození je možno nahlédnout v domácí přípravě.

Do vztahu (5) dosazujeme hodnoty $m = 4.59 \cdot 10^{-3}$ kg, $V = 1.133$ l, $2r = 11.9 \cdot 10^{-3}$ m.

4 Postup měření

4.1 Clément-Désormesova metoda

Fotoelektrický snímač nastavíme na režim "gate". Otevřeme kohout přívodu vzduchu do baňky a gumovým měchem zvýšíme tlak v báni, kohout zavřeme. Po ustálení hladin odečteme hodnoty jejich výšky. Poté na co nejkratší dobu stlačíme kohout, který nechá část vzduchu uniknout, čímž se vyrovnají tlaky. Zaznamenáme si dobu otevření tohoto kohoutu. Počkáme, až se ustálí hladiny a opět odečteme jejich výšky. Celý proces několikrát opakujeme, abychom si zajistili dostatečnou statistiku.



Obr. 1: Graf závislosti hodnot Poissonovy konstanty κ na čase otevření kohoutu t [s].

4.2 Metoda kmitajícího pístku

Nastavíme regulační knoflík na pumpičce na minimum a uvedeme ji do chodu. Budeme otáčet regulačním knoflíkem, dokud nedosáhneme stavu, kdy bude pístek symetricky kmitat mezi ryskami na trubici. Uvedeme do chodu snímač, nastavíme dobu měření v režimu počítání pulzů na 5 minut. Měření několikrát opakujeme.

5 Zpracování

5.1 Clément-Désormesova metoda

Provedli jsme 21 měření a z naměřených hodnot h, h' jsem dle vztahu (4) spočítala hodnotu κ. V programu gnuplot jsem hodnoty zpracovala a extrapolovala do bodu $t = 0$. Výsledek je vidět z grafu na Obr. 1

Výsledná hodnota Poissonovy konstanty při měření touto metodou je $\kappa = (1.39 \pm 0.01)$.

5.2 Metoda kmitajícího pístku

Provedli jsme 13 měření, která jsem zpracovávala statisticky [1]. Naměřené hodnoty jsou v tabulce Tab. 1.

Hodnotu periody kmitu pístku jsem určila na $T = (0.3482 \pm 0.0003)$ s. Dosazením do vztahu (5) jsem získala hodnotu $\kappa = (1.3625 \pm 0.0006)$.

6 Diskuze

V našem měření bylo cílem se co nejvíce přiblížit tabulkové hodnotě, která je pro vzduch $\kappa = 1.41$. Clément-Désormesovou metodou jsme získali hodnotu $\kappa_{cd} = (1.39 \pm 0.01)$. Naše měření se tak dá považovat v našich podmínkách za velmi přesné, jelikož odchylka od tabulkové hodnoty (pokud vezmeme v úvahu chybu měření) je zhruba 1 %. Měřením metodou kmitajícího pístku jsem získala hodnotu $\kappa_p = (1.3625 \pm 0.0006)$. Tato hodnota se od tabulkové liší zhruba o 3.5 %. Když tyto dvě metody porovnáme, zjistíme, že měření Clément-Désormesovou metodou bylo přesnější o 2.5 %.

Chyby obou měření mohly být způsobeny například měnící se teplotou v místnosti, v průběhu měření bylo otevřeno okno a teplota se pohybovala v rozmezí 22.8°C až 22.0°C.

	N	T [s]	ΔT_i
1	867	0,3460	0,0022
2	867	0,3460	0,0022
3	861	0,3484	-0,0002
4	858	0,3497	-0,0014
5	863	0,3476	0,0006
6	860	0,3488	-0,0006
7	862	0,3480	0,0002
8	862	0,3480	0,0002
9	861	0,3484	-0,0002
10	861	0,3484	-0,0002
11	860	0,3488	-0,0006
12	859	0,3492	-0,0010
13	858	0,3497	-0,0014
průměrná hodnota	861	0,3482	
střední kvadratická chyba T			0,0003

Tab. 1: Tabulka naměřených hodnot počtu kmitů pístku N a vypočítaných hodnot periody T s chybou.

7 Závěr

Dvěma různými metodami jsem zjistila hodnotu Poissonovy konstanty. U Clément-Désormesovy metody byla hodnota $\kappa_{cd} = (1.39 \pm 0.01)$. Měřením kmitajícího pístku vyšla hodnota $\kappa_p = (1.3625 \pm 0.0006)$.

Část II - Měření dutých objemů

8 Pracovní úkoly

1. Určete objem láhve metodou vážení.
2. Určete objem téže láhve pomocí komprese plynu.
3. Oba výsledky vzájemně porovnejte.

9 Pomůcky

Měřený objem (láhev se závitem), speciální plynová byreta s porovnávacím ramenem, teploměr, barometr, digitální váhy.

10 Teorie

Objem nádoby metodou vážení můžeme určit tak, že naplníme nádobu beze zbytku kapalinou o známé hustotě (např. voda). Z rozdílu hmotnosti prázdné a plné nádoby získáme hmotnost vody, objem nádoby pak spočítáme podle vztahu

$$V = \frac{m_v}{\rho_v} = m_v V_v, \tag{6}$$

kde ρ_v je hustota vody a V_v je tzv. jednotkový objem vody, pro který platí

$$V_v = 0.9998(1 + 0.00018t) \left[\frac{cm^3}{g}; ^\circ C \right], \tag{7}$$

kde t je teplota vody.

Pokud objem nádoby nelze změřit vážením, je možné použít metodu komprese plynu. Testovaný objem je připojený k soustavě trubic naplněných vodou, jejíž dodatečný objem přesahuje do další nádoby. Pokud tuto nádobu zvedneme do jiné výšky, objem vzduchu v testovaném objemu a připojené trubici se sníží, tlak se zvýší o Δp, což se projeví rozdílem hladin Δh v obou trubicích. Z Boyle-Marriotova zákona dostaneme pro měřený objem V vztah

$$V = (V_2 - V_1)\frac{p}{\Delta p} + V_2 - V_{100}, \tag{8}$$

kde V_{100} je objem zcela naplněné byrety.

Pro přetlak Δp dostaneme vztah

$$\Delta p = \Delta h \rho g, \tag{9}$$

kde g je gravitační zrychlení a ρ je hustota vody. Počáteční tlak volíme atmosferický.

Je třeba také změřit objem trubice, která spojuje byretu s měřeným objemem, toho docílíme stejným měřením pro záslepku, čímž získáme objem V', který poté odečteme od objemu V.

11 Postup měření

U metody vážení nejdřív zvážíme prázdnou lahev, poté ji naplníme i s víčkem až po okraj vodou a zvážíme plnou nádobu. Hmotnost vody je rozdílem těchto dvou naměřených hmotností. Nezapomeneme změřit teplotu vody.

U metody kompresí plynu několikrát změříme rozdíl hladin při změně výšky nádoby s vodou. Měříme pro hledaný objem a záslepku.

12 Zpracování

12.1 Metoda vážení

Naměřila jsem a dopočítala hodnoty uvedené v Tab. 2.

t_v [°C]	28,1
m_1 [g]	1597
m_2 [g]	582
m_v [g]	1015
V_v [cm^3/g]	1.004857

Tab. 2: Tabulka naměřených a spočítaných hodnot pro výpočet objemu nádoby metodou vážení.

Po dosazení do vztahů (7) a (6) jsem získala výslednou hodnotu objemu $V = (1020 \pm 2)$ ml.

12.2 Měření kompresí plynu

Pro měřený objem lahve jsem naměřením a dosazením hodnot do vztahů (9) a (8) získala hodnoty uvedené v tabulce Tab. 3. Hodnoty pro záslepku jsou pak uvedené v tabulce Tab. 4.

Výsledný objem V_l jsem získala jako rozdíl $V - V'$. Jeho hodnota je $V_l = (976 \pm 107)$ ml.

	V_1 [ml]	V_2 [ml]	Δh [m]	Δp [Pa]	V [ml]	ΔV_i
1	3,44	8,59	0,05	447,91	1093,15	-99,45
2	0,00	2,95	0,03	281,47	986,54	7,16
3	6,23	9,68	0,03	330,43	986,79	6,91
4	1,48	4,59	0,03	293,71	1000,32	-6,62
5	7,87	11,15	0,03	318,19	976,80	16,90
6	0,49	4,26	0,04	354,90	1001,92	-8,22
7	8,53	10,82	0,03	257,00	838,98	154,72
8	2,95	6,72	0,04	342,66	1042,35	-48,65
9	7,22	10,17	0,03	293,71	950,04	43,66
10	0,00	6,23	0,06	550,71	1072,72	-79,02
11	5,25	8,20	0,03	244,76	1149,16	-155,46
12	10,99	12,46	0,02	146,86	952,33	41,37
13	3,12	7,54	0,05	477,28	870,07	123,63
14	1,31	6,23	0,05	465,04	999,02	-5,32
15	3,61	8,20	0,05	440,57	985,31	8,39
Aritmetický průměr objemu V se střední kvadratickou chybou					1004	13

Tab. 3: Naměřené a spočítané hodnoty pro objem lahve.

	V_1' [ml]	V_2' [ml]	$\Delta h'$ [m]	$\Delta p'$ [Pa]	V' [ml]	$\Delta V_i'$
1	1,31	1,97	0,08	758,75	22,86	4,92
2	2,95	3,61	0,08	783,23	21,80	5,98
3	1,97	2,62	0,08	807,71	18,27	9,51
4	4,26	4,76	0,06	599,66	21,24	6,55
5	2,30	2,95	0,07	660,85	36,66	-8,88
6	1,97	2,62	0,09	832,18	15,88	11,90
7	0,98	1,97	0,10	954,56	39,49	-11,71
8	0,66	1,64	0,10	979,04	36,59	-8,81
9	3,28	3,61	0,07	636,37	-10,43	38,21
10	1,97	2,79	0,08	819,94	37,23	-9,45
Aritmetický průměr objemu V' a jeho střední kvadratická odchylka					28	3

Tab. 4: Tabulka naměřených a vypočítaných hodnot pro záslepku.

13 Diskuze

Metodou vážení jsem získala hodnotu objemu $V = (1020 \pm 2)$ ml. Relativní chyba je tak v našich podmínkách přijatelná, její velikost je menší než 1 %.

Co se týče měření kompresí plynu, zde už byla situace nesrovnatelně horší.

Po poradě s asistentem jsme uznali, že aparatura není natolik přesná (nedokonalé těsnění), aby v našem měření mělo signifikantní význam použít k odčítání hodnot katetometr. Proto jsme hodnoty odčítali přímo ze stupnice na trubici.

Co se týče zpracování chyb, nejdříve jsem vypočítala hodnoty měřeného objemu, kde jsem výsledek určila jako aritmetický průměr. Absolutní odchylky od aritmetického průměru se pohybovaly v řádu jednotek a desítek mililitrů, oproti tomu byly odchylky objemů V_1 a V_2 v řádu desetin mililitrů. Rozhodla jsem se proto odchylky objemů V_1, V_2, stejně jako odchylku Δh (také pouze v řádu desetin), zanedbat a zpracovat chybu měření statisticky jako střední kvadratickou odchylku.

Výsledná hodnota objemu mi tak vyšla $V_l = (976 \pm 107)$ ml. Relativní chyba je 13 %. Naměřený objem sice odpovídá reálnému objemu lahve, chyba je ovšem velmi velká. Jak je možné vidět v tabulce Tab. 3, hodnoty vypočítaného objemu se odchylovaly od aritmetického průměru o 5-10 %. Tři měření jsem z výpočtů odstranila jako hrubé chyby. Případné další zúžení vzorku by mohlo přinést přesnější výsledky, ztratili bychom však statistickou výhodu většího počtu měření.

Chyby mohou být způsobeny nedokonalostí aparatury, například špatným těsnění. Jelikož chyby našeho měření byly opravdu velké, naskýtá se i možnost, že došlo k pochybení při provedení pokusu, čehož si však nejsme vědomi.

Pokud porovnáme hodnoty naměřené těmito dvěma metodami, zjistíme, že v rámci spočítaných chyb si naměřené hodnoty odpovídají. Jako přesnější se jeví metoda vážením, jelikož chyba tohoto měření je o dva řády menší, než chyba druhé metody.

14 Závěr

Metodou vážení jsem získala hodnotu objemu lahve $V = (1020 \pm 2)$ ml. Měřením pomocí komprese plynu mi vyšla hodnota $V_l = (976 \pm 107)$ ml. Přesnější je dle našeho měření metoda vážení.

Literatura

[1] Brož a kol., Základy fyzikálních měření I, SPN, Praha.

[2] Petr Chaloupka: Prezentace k předmětu Základy fyzikálních měření, dostupné z Základy fyzikálních měření, citace [1.11.2017]

[3] FJFI ČVUT, Fyzikální praktikum 1, Poissonova konstanta, dostupné z Poissonova konstanta a měření dutých objemů.