

12 Parametrické integrály

Příklad 12.19. *Spočítejte integrál*

$$\int_0^1 \frac{x^b - x^a}{\ln x} dx,$$

kde $a, b > -1$.

Výsledek:

$$\ln \left(\frac{b+1}{a+1} \right)$$

Příklad 12.20. *Spočítejte integrál*

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \ln \left(\frac{1+a \cos x}{1-a \cos x} \right) \frac{dx}{\cos x},$$

kde $|a| < 1$.

Výsledek:

$$\pi \arcsin a$$

Příklad 12.21. *Spočítejte integrál*

$$\int_0^\infty \frac{1}{(x^2 + a)^{n+1}} dx,$$

kde $a > 0$ a $n \in \mathbb{N}_0$.

Výsledek:

$$\frac{\pi}{2^{2n+1} a^{n+1/2}} \binom{2n}{n}$$

Příklad 12.22. *Spočítejte integrál*

$$\int_0^1 \frac{\ln(1 - a^2 x^2)}{\sqrt{1 - x^2}} dx,$$

kde $|a| < 1$.

Výsledek:

$$\pi \ln \left(\frac{1}{2} (1 + \sqrt{1 - a^2}) \right)$$

Příklad 12.23. *Spočítejte integrál*

$$\int_0^\infty \frac{\operatorname{arctg}(ax) \operatorname{arctg}(bx)}{x^2} dx,$$

kde $a, b > 0$.

Výsledek:

$$\frac{\pi}{2} \ln \frac{(a+b)^{a+b}}{a^a b^b}$$

Příklad 12.24. *Spočítejte integrál*

$$\int_0^\infty e^{-x^2 - \frac{a^2}{x^2}} dx,$$

kde $a \in \mathbb{R}$.

Výsledek:

$$\frac{\pi}{2} e^{-2|a|}$$

Příklad 12.25. *Spočítejte integrál*

$$\int_0^\infty e^{-ax^2} \cos(bx) dx,$$

kde $a > 0$ a $b \in \mathbb{R}$.

Výsledek:

$$\frac{1}{2} \sqrt{\frac{\pi}{a}} e^{-\frac{b^2}{4a}}$$

Příklad 12.26. *Spočítejte integrál*

$$\int_0^\infty \frac{e^{-ax^2} - e^{-bx^2}}{x} dx,$$

kde $a, b > 0$.

Výsledek:

$$\frac{\ln b - \ln a}{2}$$

Příklad 12.27. *Spočítejte integrál*

$$\int_0^\infty \frac{e^{-ax^2} - e^{-bx^2}}{x^2} dx,$$

kde $a, b > 0$.

Výsledek:

$$\sqrt{\pi b} - \sqrt{\pi a}$$

Další příklady k procvičování: Děmidovič, Kapitola VIII, § 1,3,4.