

Definujeme $\forall x \in X, \hat{A}x := \lim A x_n \in Y$, kde $(x_n) \subset V, x_n \rightarrow x$ v X

Vlastnosti $\hat{A}$: $\forall x \in V$, volíme $\forall n \in \mathbb{N}, x_n := x$ ($x_n \rightarrow x$ v X)

$$\hat{A}x = \lim_{n \rightarrow \infty} A x_n = \lim_{n \rightarrow \infty} A x = A x$$

(III) $\|\hat{A}\| = ?$, určíme $\|\hat{A}\| \geq \|A\|$

$$x \in X, (x_n) \subset V, x_n \rightarrow x \text{ v } X \Rightarrow \lim \|x_n\| = \|x\|$$

$$\hat{A}x := \lim A x_n \Rightarrow \|\hat{A}x\| = \lim \|A x_n\| \leq \lim \|A\| \|x_n\| = \|A\| \|x\|$$
$$\leq \|A\| \|x_n\|$$

$$\Rightarrow \hat{A} \in \mathcal{B}(X, Y), \|\hat{A}\| \leq \|A\|, \text{ a tedy } \|\hat{A}\| = \|A\|$$

Věta. Bud' X normovaný vektor. prostor. Potom existuje Banachův prostor $\hat{X}$ takový, že X je jeho hustým podprostorem.

Zúplnění $\hat{X}$ je určeno jednoznačně až na izometrický izomorfismus, který na X působí jako identita.

Důkaz $\square$

Věta. Bud' X normovaný vektor. prostor, Y Banachův prostor.

Potom $\mathcal{B}(X, Y)$ je Banachův prostor.

Pozn. bud' $\mathcal{K}$ zúplnění prostoru X

$$\mathcal{B}(\mathcal{K}, Y) \rightarrow \mathcal{B}(X, Y): A \mapsto A|_X$$

věta o prodloužení $\Rightarrow$ je izometrický izomorfismus

Důsledek 1. X - normovaný vektor. prostor, $T = \mathbb{R}$ nebo $\mathbb{C}$

$X^* = \mathcal{B}(X, T)$ je Banachův pr.

Důsledek 2. $\mathcal{K}$ - Banachův pr. $\Rightarrow \mathcal{B}(\mathcal{K})$ je Banachův pr.