

(3) $\lambda \in \mathbb{T}$ perné, $V \times V \rightarrow V \times V: (x, y) \mapsto (\lambda x, \lambda y)$ spojitě zobr.
 složením $\rho + \gamma$ $V \times V \rightarrow V: (x, y) \mapsto x + \lambda y$ je spojitě
 $\lambda = -1$: $V \times V \rightarrow V: (x, y) \mapsto x - y$ — " —

platí: $U \ni 0$ otevřené okolí $\Rightarrow$ (i) $\exists W \ni 0$ otevř. okolí, $W + W \subset U$
 (ii) $\exists W \ni 0$ — " —, $W - W \subset U$

Příklad. $(V, \|\cdot\|)$ normovaný vektor. prostor

$\rightarrow$ metrika: $\forall x, y \in V, \rho(x, y) := \|x - y\| \rightarrow$ topologie

V je topolog. vektor. prostor CVIČENÍ

Věta. Každý topolog. vektor. prostor je regulární.

Jestliže top. vekt. prostor V splňuje T_1 axiom oddělování,
 tak je to T_3 prostor, a tedy i Hausdorffův prostor.

Důkaz. V - top. vekt. prostor

$x \in V, F \subset V$ uzavřená, $x \notin F$

BÚNO: $x = 0$, $0 \in V \setminus F$ otevřené okolí vektoru 0

$\Rightarrow \exists W \ni 0$ otevř. okolí, $W - W \subset V \setminus F$

$F \subset F + W$ uzavřená mn.

Tudíž $W \cap (F + W) = \emptyset$

Stoří: medt $z \in W \cap (F + W)$, $z = y + w$, kde $y \in F, w \in W$
 $z \in W$

$\Rightarrow y = z - w \in W - W \subset V \setminus F$, současně $y \in F \Rightarrow (V \setminus F) \cap F \neq \emptyset$
 spor

Konvexní množiny, konvexní funkcionály

V vektor. prostor nad $\mathbb{R}$

Příponnutí $\emptyset \neq X \subset V$, konvexní obal X označíme $[X]_K$

$[X]_K$ = nejmenší konvex. podmnožina V obsahující X

Platí: $[X]_K = \left\{ \sum_{j=1}^m \alpha_j x_j; m \in \mathbb{N}, x_1, \dots, x_m \in X, \alpha_1, \dots, \alpha_m \geq 0, \sum_{j=1}^m \alpha_j = 1 \right\}$

Věta. Buďte V top. vektor. prostor, $G \subset V$ otevřená, potom

$[G]_K$ je otevřená.