

$$\forall x \in V, \quad x = \xi_1 x_1 + \dots + \xi_n x_n, \quad \xi = (\xi_1, \dots, \xi_n) \in \mathbb{R}^n$$

jednoznačně.

$$\|x\|_1 := |\xi_1| + \dots + |\xi_n|, \quad \|\cdot\|_1 \text{ je norma na } V, \text{ samostatně}$$

$\|\cdot\|$ lib., další norma na V

$$\forall \xi \in \mathbb{R}^n, \quad x = \xi_1 x_1 + \dots + \xi_n x_n$$

$$\|x\| \leq |\xi_1| \|x_1\| + \dots + |\xi_n| \|x_n\| \leq B (|\xi_1| + \dots + |\xi_n|) = B \|x\|_1,$$

$$\text{ kde } B := \max\{\|x_1\|, \dots, \|x_n\|\}$$

$$\overline{K} := \{\xi \in \mathbb{R}^n; |\xi_1| + \dots + |\xi_n| = 1\}, \quad K \text{ je kompaktní}$$

(omezená, uzavřená)

$$f: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}, \quad f(\xi) := \|\xi_1 x_1 + \dots + \xi_n x_n\| \text{ je spojitá}$$

$$\|\cdot\|: V \rightarrow \mathbb{R} \text{ spojitá}$$

$$\mathbb{R}^n \rightarrow V: \xi \mapsto \xi_1 x_1 + \dots + \xi_n x_n \text{ je spojitá } (V, \|\cdot\|)$$

$$\text{ nebo } |f(\xi) - f(\eta)| \leq B (|\xi_1 - \eta_1| + \dots + |\xi_n - \eta_n|)$$

$$\Rightarrow \exists m := \min_{\xi \in K} f(\xi) > 0$$

$$\xi \in \mathbb{R}^n \text{ lib.}, \quad c := |\xi_1| + \dots + |\xi_n| = \|\xi_1 x_1 + \dots + \xi_n x_n\|_1$$

$$\frac{1}{c} \xi \in K, \quad f\left(\frac{1}{c} \xi\right) \geq m$$

$$\frac{1}{c} f(\xi) = \frac{1}{c} \|\xi_1 x_1 + \dots + \xi_n x_n\| \geq m$$

$$\text{ tedy } \forall \xi \in \mathbb{R}^n, \quad \|\xi_1 x_1 + \dots + \xi_n x_n\| \geq m \|\xi_1 x_1 + \dots + \xi_n x_n\|_1$$