Literatura

W. Rudin: Analýza v reálném a komplexním oboru, Academia, Praha 1977, 2003

S. Lang: Complex Analysis, Springer, New York, 1999

J.B. Conway: Functions of One Complex Variable, Springer, New York, 1978

J. Veselý: Komplexní analýza pro učitele, Karolinum, Praha, 2000

Topologické pojmy

Definice. (X,τ) topolog. prostor je nesouvislý $\overset{DEF}{\iff}$
$\exists A, B \in \tau$, $A \neq \emptyset$, $B \neq \emptyset$, $A \cap B = \emptyset$, $X = A \cup B$ $\quad (\Rightarrow A, B \in c\tau,$ $c\tau := \{X \setminus G;\ G \in \tau\}$)
V opačném případě je X souvislý.

Tj. X je souvislý $\iff \tau \cap c\tau = \{\emptyset, X\}$

$M \subset X$, M je souvislá (resp. nesouvislá) podmn. X $\overset{DEF}{\iff}$

(M, τ_M) je souvislý (resp. nesouvislý) top. prostor,

kde τ_M je relativní top. na M, $\tau_M := \{G \cap M;\ G \in \tau\}$.

Tedy $M \subset X$ je nesouvislá $\iff$

$\exists A, B \in \tau$, $A \cap M \neq \emptyset$, $B \cap M \neq \emptyset$, $A \cap B \cap M = \emptyset$, $M \subset A \cup B$

Pozn. Buď (X,τ) souvislý top. prostor, $M \subset X$.
Jestliže $M \neq \emptyset$, M je současně otevřená a uzavřená, potom $M = X$.

Pozn. (X,τ), $M \subset X$

(1) $M = \emptyset \Rightarrow M$ je souvislá

(2) $M = \{x\}$, $x \in X \Rightarrow M$ je souvislá

Tvrzení. Buďte (X,τ) top. prostor, $M_\alpha \subset X$, $\alpha \in \mathcal{A}$ (index. množina).
Nechť $\forall \alpha \in \mathcal{A}$, M_α je souvislá a $\bigcap_{\alpha \in \mathcal{A}} M_\alpha \neq \emptyset$.

Potom $\bigcup_{\alpha \in \mathcal{A}} M_\alpha$ je souvislá.

Důkaz. Mějme $A, B \in \tau$, $A \cap B \cap (\bigcup_\alpha M_\alpha) = \emptyset$, $\bigcup_{\alpha \in \mathcal{A}} M_\alpha \subset A \cup B$.

Máme ukázat: $A \cap (\bigcup_\alpha M_\alpha) = \emptyset$ nebo $B \cap (\bigcup_\alpha M_\alpha) = \emptyset$

Zvolíme $p \in \bigcap_\alpha M_\alpha$, pro určitost $p \in A$ ($\Rightarrow p \notin B$)

Určitě pro lib. $\alpha \in \mathcal{A}$, $M_\alpha \subset A \cup B$, $A \cap B \cap M_\alpha = \emptyset$, $p \in A \cap M_\alpha \neq \emptyset$ ⅟.