Tvrzení. Spojitý obraz souvislé množiny je souvislá množina.

$((X,\tau_X), (Y,\tau_Y),\ f: X \to Y,\ M \subset X$

M je souvislá, f je spojité zobr. $\Rightarrow f(M) \subset Y$ je souvislá)

Důkaz. CVIČENÍ

Definice. Křivka γ v X je spojité zobrazení $\gamma: I \to X$, kde $I \subset \mathbb{R}$ je kompaktní interval kladné délky (tj. $I = [\alpha, \beta]$, $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$, $\alpha < \beta$)

Pozn. Nejčastěji $I = [0,1]$ nebo $[0, 2\pi]$.

Značení $\gamma \in C(I, X)$.

Def. $I = [\alpha, \beta]$, $\gamma(\alpha), \gamma(\beta) \in X$ nazýváme po řadě počáteční a koncový bod křivky.

Obor hodnot $\gamma(I) \subset X$ nazveme geometrickým obrazem křivky γ, označíme ho $\langle \gamma \rangle$. Pozn. $\langle \gamma \rangle \subset X$ je kompaktní podmn.

Křivka γ je jednoduchá (nebo Jordanův oblouk), je-li zobrazení γ prosté. [Pozn. $[\alpha,\beta] \subset \mathbb{R}$ souvislá mn. (viz dále) $\Rightarrow$ $\langle \gamma \rangle \subset X$ je souvislá podmn.]

Definice. Top. prostor X je křivkově souvislý, jestliže každé dva body v X lze spojit nějakou křivkou.

$(\forall x, y \in X,\ \exists \gamma \in C([\alpha,\beta], X),\ \gamma(\alpha) = x,\ \gamma(\beta) = y)$

Pozn. Zavádí se pojem křivkově souvislé komponenty X; třídy ekvivalence: $x, y \in X$, $x \sim y \overset{DEF}{\Longleftrightarrow} x, y$ lze spojit křivkou v X

Pozn. Křivkově souvislý prostor je souvislý

(zřejmé: X - křivkově souvislý, $x \in X$ zvolíme pevně

$\forall y \in X$ zvolíme křivku γ_y: $x =$ počáteční bod γ_y
$y =$ koncový bod γ_y

$$X = \bigcup_{y \in X} \underbrace{\langle \gamma_y \rangle}_{\text{souvislá}},\quad x \in \bigcap_{y \in X} \langle \gamma_y \rangle \neq \emptyset,$$ tvrzení $\Rightarrow X$ je souvislý

Opak neplatí - CVIČENÍ

Příklad. Konvexní podmn. v topolog. vektor. prostorech jsou křivkově souvislé $\Rightarrow$ souvislé (speciálně platí pro $\mathbb{R}^n$)