Pozn. (X,τ), $M \subset X$, hranice $M = \partial M := \overline{M} \setminus M^\circ$

Definice. Buďte (X,τ) top. prostor, $\gamma \in C([\alpha,\beta], X)$ uzavřená křivka ($\alpha < \beta$). Řekneme, že γ je homotopická 0 (v X), jestliže existuje spojité zobraz. $H: [\alpha,\beta] \times [0,1] \to X$ s vlastnostmi

(i) $\forall s \in [0,1]$, $H(\alpha,s) = H(\beta,s)$

(ii) $\forall t \in [\alpha,\beta]$, $H(t,0) = \gamma(t)$

(iii) $\forall t \in [\alpha,\beta]$, $H(t,1) = c$ pro jisté $c \in X$

Pozn. $s \in [0,1]$, $\forall t \in [\alpha,\beta]$, $\gamma_s(t) := H(t,s)$

γ_s je uzavřená křivka v X, $\gamma_0 = \gamma$, γ_1 = konst. křivka

$\langle \gamma_1 \rangle = \{c\} \subset X$

Definice. Top. prostor (X,τ) je jednoduše souvislý, jestliže X je křivkově souvislý a každá uzavřená křivka v X je homotopická 0.

Příklad. Konvexní množiny v top. vekt. prostoru jsou jednoduše souvislé.

CVIČENÍ

Připomenutí: Stereografická projekce, dim = 2

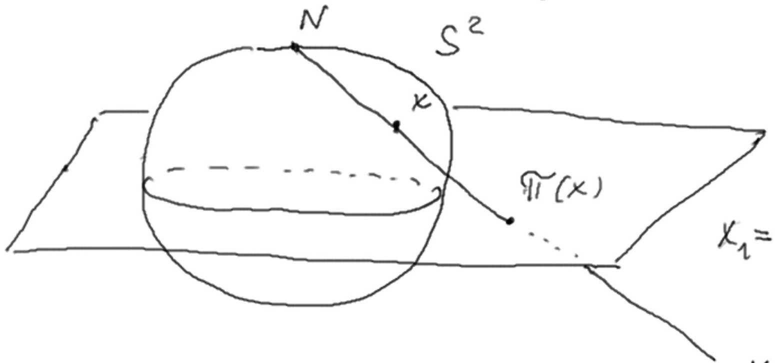
$S^2 \subset \mathbb{R}^3$ (střed = $(0,0,0)$, poloměr = 1)

$N := (0,0,1) \in S^2$ (severní pól)

$\mathbb{R}^2 \equiv \mathbb{R}^2 \times \{0\} \subset \mathbb{R}^3$

$\pi: S^2 \setminus \{N\} \to \mathbb{R}^2$ difeomorfismus

$x = (x_1, x_2, x_3) \in S^2 \subset \mathbb{R}^3$, $\pi(x) = (y_1, y_2) \in \mathbb{R}^2$



$$y_1 = \frac{x_1}{1-x_3}, \quad y_2 = \frac{x_2}{1-x_3}$$

$$x_1 = \frac{2y_1}{y_1^2+y_2^2+1}, \quad x_2 = \frac{2y_2}{y_1^2+y_2^2+1}$$

$$x_3 = \frac{y_1^2+y_2^2-1}{y_1^2+y_2^2+1}$$

Potom $S^2 \setminus \{N\} \equiv \mathbb{R}^2$, naopak $\mathbb{R}^2_\infty := \mathbb{R}^2 \cup \{\infty\} \equiv S^2$

jednobodová kompaktifikace

Důsledek. Jordanovu křivku lze také zavést jako prosté spojité zobraz. $\gamma: S^1 \to S^2$.