

Schrödingergleichung

Lukáš Vácha

Tschechische technische Universität

31. Oktober 2020

Einführung (in die Quantenmechanik)

- 1 physikalische Theorie für Mikrophysik, Elemententeile der Materie
- 2 Partikel, seine Wellenfunktion und Wahrscheinlichkeit, wo diese ist

Wahrscheinlichkeit

$$w(x) = |\psi(x)|^2$$

- 3 Beobachtende, selbstadjungierter Operatoren

Hamiltonianer

$$E(\psi) = \hat{H}\psi$$

- 1 kinetisches Teil und Potenzial:

Hamiltonianerteile

$$\hat{H}(\text{kin.})\psi = \frac{\hat{P}^2\psi}{2M} = -\frac{\hbar^2}{2M}\Delta\psi$$

$$\hat{H}(\text{pot.})\psi = V(x)\psi$$

$$\hat{H}\psi = -\frac{\hbar^2}{2M}\Delta\psi + V\psi$$

- 2 M ist die Masse, \hat{P} ist das Bewegungsmoment, $i = \sqrt{-1}$; \hbar ist das reduzierte Plancksche Wirkungsquantum
- 3 Δ ist das Laplace Operator, $\Delta = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$
- 4 V ist das Potenzial

- 1 *1887, Wien
- 2 Opa: Chemie Professor
- 3 Wien Universität
- 4 1. Weltkrieg
- 5 1925: Schrödingergleichung
- 6 1933: Nobelpreis
- 7 das Paradox der Schrödingers Katze
- 8 †1961, Tuberkulose

- 1 Wellengleichung für die nicht relativistische Quantenmechanik

Schrödingergleichung

$$\hat{H}\psi = i\hbar\frac{\partial\psi}{\partial t}$$
$$-\frac{\hbar^2}{2M}\Delta\psi + V\psi = i\hbar\frac{\partial\psi}{\partial t}$$

- 2 t ist die Zeit
- 3 Bewegungsgleichung in QM, wie Newtons II. Gesetz in klassische Mechanik

Zeitlose (stationäre) Schrödingergleichung

$$\hat{H}\psi = -\frac{\hbar^2}{2M}\Delta\psi + V\psi = E\psi$$

Beispiel: freie Partikel auf einer geraden Linie

- 1 Anfangsbedingung:

$$\psi(\vec{x}, t_0) = C \exp(-Ax^2 + \vec{B} \vec{x}); A \in \mathbb{C}, \Re(A) > 0, \vec{B} \in \mathbb{C}^3, C \in \mathbb{C}$$

2 $\mathcal{F}[\psi(\vec{x}, t_0)](\vec{p}) = \tilde{\psi}(\vec{p}, t_0) = \frac{C}{2\sqrt{2\hbar}^{\frac{3}{2}} A^{\frac{3}{2}}} \exp\left(\frac{B^2}{4A} - \frac{i\vec{B}\vec{p}}{2A\hbar} - \frac{p^2}{4A\hbar^2}\right)$

3 Schrödingergleichung: $\frac{p^2 \tilde{\psi}(p)}{2M} = i\hbar \frac{\partial \tilde{\psi}}{\partial t}$

4 Lösung: $\tilde{\psi}(\vec{p}, t) = C \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{3}{2}} \exp\left(\frac{B^2}{4A} - \frac{i\vec{B}\vec{p}}{2A\hbar} - \frac{p^2}{4A\hbar^2} - \frac{ip^2}{2M\hbar}(t - t_0)\right)$

5 $\mathcal{F}^{-1}[\tilde{\psi}(\vec{p}, t)] = \psi(\vec{x}, t) = \frac{CB^2}{4A\left(1 + \frac{2A\hbar i}{M}(t - t_0)\right)^{\frac{3}{2}}} \exp\left(\frac{-A\left(\vec{x} - \frac{\vec{B}}{2A}\right)^2}{1 + \frac{2A\hbar i}{M}(t - t_0)}\right)$

- 1 Schrödinger Gleichung, Erwin Schrödinger. In: Wikipedia: the free encyclopedia [online]. San Francisco (CA): Wikimedia Foundation, 2001- [cit. 2020-10-29]. Dostupné z: <https://de.wikipedia.org/wiki/Schr%C3%B6dingergleichung>
- 2 G. Teschl: Mathematical Methods in Quantum Mechanics, American Mathematical Society, 2009.
- 3 NP2 Mathematik
- 4 CARSTEN, Timm. Quantenmechanik: für das Lehramt. Dresden: Technische Universität Dresden, Institut für Theoretische Physik, 2010, 2016.

Vielen Dank für Ihre Aufmerksamkeit
und Ihre Fragen