RMF úkol č. 12

Lukáš Vácha

13. prosince 2020

1 př č. 1

$\varphi(x,y) = \lambda \int_0^1 d\xi \int_0^3 d\eta x^2\xi^2 y\eta\varphi(\xi,\eta) + xe^y$
Separace jádra:
$\varphi(x,y) = \lambda x^2 y \int_0^1 \int_0^3 \xi^2\eta\varphi(\xi,\eta)d\eta d\xi + xe^y$
Označím konstantu:
$C = \int_0^1 \int_0^3 \xi^2\eta\varphi(\xi,\eta)d\eta d\xi$
Pak má řešení tvar:
$\varphi(x,y) = C\lambda x^2 y + xe^y$
Určení konstanty C:
$C = \int_0^1 \int_0^3 \xi^2\eta(C\lambda\xi^2\eta + \xi e^\eta)d\eta d\xi = \int_0^1 (C\lambda\xi^4 \int_0^3 \eta^2 d\eta + \xi^3 \int_0^3 \eta e^\eta d\eta)d\xi = \int_0^1 (9C\lambda\xi^4 + \xi^3(2e^3+1))d\xi = \frac{9}{5}C\lambda + (2e^3+1)\frac{1}{4}$
$C = \frac{1}{1-\frac{9}{5}\lambda}(\frac{1}{2}\lambda e^3 + \frac{1}{4}) = \frac{10\lambda e^3+5}{20-36\lambda}$
s podmínkou: $\lambda \neq \frac{20}{36} = \frac{5}{8}$
Řešení je tedy:

$$\varphi(x,y) = \frac{10\lambda^2 e^3 + 5\lambda}{20-36\lambda}x^2 y + xe^y \tag{1}$$