

RMF úkol č. 3

Lukáš Vácha

17. října 2020

1 př č. 1

$\{f_n\} \subset \mathcal{D}'(\mathbb{R}^n)$ a $f \in \mathcal{D}'(\mathbb{R}^n)$, pro kterou $\lim_{n \rightarrow +\infty} f_n = f$ v $\mathcal{D}'$. Doklaďte, že platí: $\lim_{n \rightarrow +\infty} f_n(Ax + b) = f(Ax + b)$ v $\mathcal{D}' \forall A \in \mathbb{R}^{n,n}$ regulární a $b \in \mathbb{R}^n$.

Postup

$$\begin{aligned} (\lim_{n \rightarrow +\infty} f_n(Ax + b), \varphi(x)) &= \lim (f_n(Ax + b), \varphi(x)) = [y = Ax + b] = \\ &= \frac{1}{\det A} \lim (f_n(y), \varphi(A^{-1}(y - b))) = \frac{1}{\det A} (\lim f_n(y), \varphi(A^{-1}(y - b))) = \\ &= \frac{1}{\det A} (f(y), \varphi(A^{-1}(y - b))) = (f(Ax + b), \varphi(x)) \end{aligned}$$

$$\Rightarrow \lim_{n \rightarrow +\infty} f_n(Ax + b) = f(Ax + b) \quad (1)$$