

RMF úkol č. 3

Lukáš Vácha

26. října 2020

1 př č. 3

Vypočítejte $\Theta(x)e^{-ax} \star \Theta(x)e^{-bx}$; $a, b > 0$:

$$\Theta(x)e^{-ax} \star \Theta(x)e^{-bx} = \int_{-\infty}^{+\infty} \Theta(y)e^{-ay} \Theta(x-y)e^{-b(x-y)} dy = \int_{-\infty}^{+\infty} \Theta(y)e^{-ay} \Theta(x-y)e^{-bx} e^{by} dy = (\star)$$

$$\Theta(y)\Theta(x-y) = \begin{cases} 0; & x < 0 \\ 1; & x > 0 \wedge y \in (0, x) \end{cases}$$

$$(\star) = e^{-bx} \Theta(x) \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-ay+by} dy = e^{-bx} \Theta(x) \int_{-\infty}^{+\infty} e^{(b-a)y} dy =$$

$$= \begin{cases} [a = b] = \Theta(x)e^{-bx}x = \Theta(x)xe^{-ax} \\ [a \neq b] = \Theta(x)e^{-bx} \frac{1}{b-a} (e^{(b-a)x} - 1) = \frac{\Theta(x)}{b-a} (e^{-ax} - e^{-bx}) \end{cases}$$