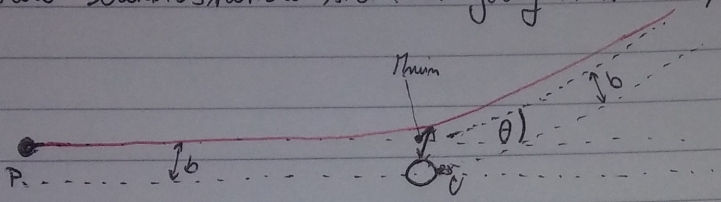
3. Proton s energií $T = 14\,MeV$ se rozptyluje Rutherfordovým rozptylem na jádru uranu 235 v klidu.

- Určete nejmenší vzdálenost r_{min}, na kterou se k němu přiblíží, jestliže se rozptýlí do úhlu $\theta = 56°$, resp. $2\theta = 112°$.
- Jaká je minimální kinetická energie?
- Jaká elektrostatická síla mezi jádry v té době působila?



- ZZE: $T = T_{min} + V_{max} = T_{min} + \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q\mathcal{Q}}{r_{min}}$
- pro Rutherfordův rozptyl platí vztah:

$$\cot g\left(\frac{\theta}{2}\right) = \frac{4\pi\varepsilon_0}{q\mathcal{Q}} \cdot T \cdot b$$

- Dále využijeme ZZMH (ten platí díky konzervativnosti pole)

$b\,p_p = r_{min}\,p_{min}$ (v našem případě má tento tvar)

$$\rightarrow b = \frac{q\mathcal{Q}\cot g\left(\frac{\theta}{2}\right)}{4\pi\varepsilon_0 T}$$

$$b^2 T = r_{min}^2\, T_{min} \rightarrow T_{min} = \frac{b^2 T}{r_{min}^2}$$

$$\rightarrow T = \frac{b^2 T}{r_{min}^2} + \underbrace{\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}}_{k}\frac{q\mathcal{Q}}{r_{min}} \rightarrow T r_{min}^2 - kq\mathcal{Q}\, r_{min} - b^2 T = 0$$

Získali jsme tedy kv. rovnici pro r_{min} s koeficienty A, B, C:

$$A = T,\quad B = -kq\mathcal{Q},\quad C = -b^2 T$$

Palom $r_{min}^{\pm} = \frac{-B \pm \sqrt{B^2 - 4AC}}{2A}$

$B^2 - 4AC = k^2 q^2 \theta^2 + 4b^2 T^2$

$r_{min}^{\pm} = \frac{kq\theta \pm \sqrt{k^2 q^2 \theta^2 + 4b^2 T^2}}{2T} = \frac{kq\theta \pm kq\theta \sqrt{1 + \frac{4b^2 T^2}{k^2 q^2 \theta^2}}}{2T} =$

$= kq\theta \frac{1 \pm \sqrt{1 + 4\cot g^2(\frac{\theta}{2})}}{2T}$

$\rightarrow r_{min} = \frac{kq\theta}{2T}\left(1 + \sqrt{1 + 4\cot g^2(\frac{\theta}{2})}\right)$

$T_{min} = \frac{b^2 T}{r_{min}^2} = T - \frac{kq\theta}{r_{min}}$

$F = k \frac{q\theta}{r_{min}^2}$