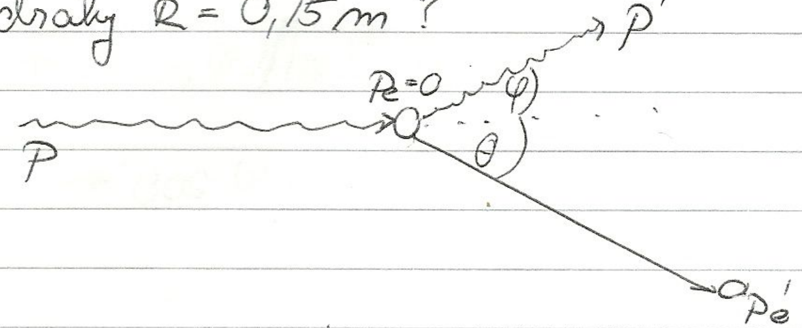
7.5: Foton s energií $T = 1{,}5\,MeV$ se comptonovsky rozptýlil.

Jaký byl úhel rozptylu a jeho energie, jestliže elektronu předal energii $T_e = 930\,keV$.

Jaké magnetické pole má magnetický spektrometr elektronů, ve kterém má tento elektron poloměr dráhy $R = 0{,}15\,m$?



Poznámka:
$T = h\nu$
$p = \frac{h\nu}{c}$ (fotony)

• ZZH: $\vec{p} = \vec{p}' + \vec{p}_e'$ $\longrightarrow$ $h\nu = h\nu' \cos\varphi + p_e' c \cos\theta$

$$0 = h\nu' \sin\varphi + p_e' c \sin\theta$$

• ZZ$E_{(kin)}$: $T_e' + T' = T$ $\rightarrow$ $T_e' = h\nu - h\nu'$

$$(p_e' c)^2 = (h\nu)^2 + (h\nu')^2 - 2(h\nu)(h\nu')\cos\varphi$$

• Vztah pro celkovou energii rozptýleného elektronu:

$$E^2 = (m_0c^2 + T_e')^2 = m_0^2c^4 + (p_e'c)^2$$

$\rightarrow (p_e'c)^2 = T_e'^2 + 2m_0c^2 T_e' = (h\nu)^2 + (h\nu')^2 - 2(h\nu)(h\nu') + 2m_0c^2(h\nu - h\nu')$

$\rightarrow (h\nu)(h\nu')(1-\cos\varphi) = m_0c^2(h\nu - h\nu')$

$\rightarrow h\nu'\left[h\nu(1-\cos\varphi) + m_0c^2\right] = m_0c^2 h\nu$

$\rightarrow h\nu' = \dfrac{m_0c^2 h\nu}{m_0c^2 + h\nu(1-\cos\varphi)} = \dfrac{h\nu}{1 + \frac{h\nu}{m_0c^2}(1-\cos\varphi)}$

$$\to T_e' = h\nu - h\nu' = h\nu - \frac{h\nu}{1+\frac{h\nu}{m_0c^2}(1-\cos\varphi)} =$$

$$= h\nu\left(\frac{\frac{h\nu}{m_0c^2}(1-\cos\varphi)}{1+\frac{h\nu}{m_0c^2}(1-\cos\varphi)}\,\frac{m_0c^2}{m_0c^2}\right) = \frac{(h\nu)^2(1-\cos\varphi)}{m_0c^2+h\nu(1-\cos\varphi)}$$

$$\to T_e'\left(m_0c^2+h\nu(1-\cos\varphi)\right) = (h\nu)^2(1-\cos\varphi)$$

$$\to (1-\cos\varphi)\left[(h\nu)^2 - T_e' h\nu\right] = T_e' m_0c^2$$

$$\to \cos\varphi = \frac{-T_e' m_0c^2}{(h\nu)^2 - T_e h\nu} + 1$$

$$\to \varphi = 63{,}63^\circ$$

- $h\nu' = \dfrac{h\nu}{1+\frac{h\nu}{m_0c^2}(1-\cos\varphi)} \doteq 570\ \text{keV}$

- Ať už je magnetický spektrometr cokoliv, působí-li na elektron konstantní magnetické pole (a homogenní), musí být rovnováha mezi F_L a F_O:

$$R = \frac{p_e'}{qB} \to B = \frac{p_e'}{qR} = \frac{\sqrt{\frac{T_e'^2+2m_0c^2T_e'}{c^2}}}{qR} = 0{,}0299\ \text{T}$$