

1. zápočtová úloha z ASY

Navrhnete efektivní metodu pro aproximaci součtu $S = \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{n^3}$.

Porovnejte následující 3 postupy:

- a) naivní sčítání řady, tj. aproximaci $S \approx S_N = \sum_{n=1}^N \frac{1}{n^3}$, kde N zvolíte tak, aby zbytek po N -tém členu $R_N = \sum_{n=N+1}^{+\infty} \frac{1}{n^3}$ nepřesáhl v absolutní hodnotě hodnotu 10^{-16} . K odhadu zbytku můžete použít Cauchyho-McLaurenovu větu.
- b) vylepšený postup, kde využijete strukturu zbytku z Cauchyho-McLaurenovy věty k opravě S_N , tj. aproximujete $S \approx S_N +$ některé členy ze zbytku, kde N zvolíte tak, aby zbytek zbytku v absolutní hodnotě nepřesáhl hodnotu 10^{-16} .
- c) 2. vylepšený postup, kdy využijete znalost zbytku z Eulerovy-MacLaurenovy sčítací formule k opravě S_N , tj. opět aproximujete $S \approx S_N +$ některé členy ze zbytku, kde N zvolíte tak, aby zbytek zbytku v absolutní hodnotě nepřesáhl hodnotu 10^{-16} .

U všech 3 variant mě zajímá, kolik bude potřeba provést aritmetických operací (kolik členů bude potřeba sečíst), abychom se dostali k aproximaci, u které jsme schopni zaručit dosažení zadané přesnosti.