

Funkce operátoru P

Příklad 1: Na základě unitární ekvivalence $P = F^\dagger Q F$ ukažte, že $\exp(itP)$, $t \in \mathbb{R}$ předepisuje unitární operátor

$$\exp(itP): \psi(x) \mapsto \psi(x+t). \quad (1)$$

Návod: Ukažte pro funkce $\psi \in L^2(\mathbb{R}) \cap L^1(\mathbb{R})$ a využijte vlastnosti omezených operátorů.

Příklad 2: Ukažte také, že pokud funkce f je $\in L^2(\mathbb{R})$, pak $f(P)$ je integrální operátor

$$f(P): L^2(\mathbb{R}) \rightarrow L^2(\mathbb{R}): \psi(x) \mapsto \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{\mathbb{R}} (Ff)(y-x)\psi(y) dy. \quad (2)$$

Návod: Viz řešený příklad 10.5.2b.

Příklad 3: Na základě výsledku (2) najděte funkcionální vyjádření

- a) rezolventy $R_{P^2}(\mu)$ pro $\mu < 0$,
- b) spektrální míry $E_P(J)$ omezeného intervalu J .