

Příklad 1: Pro prostor \mathcal{H}_1 konečné dimenze d odvoďte dimenze prostorů $\mathcal{H}_1^{\otimes N}$, $S_N \mathcal{H}_1^{\otimes N}$, $A_N \mathcal{H}_1^{\otimes N}$. Za jakých podmínek je první z dimenzí rovna součtu zbývajících dvou?

Příklad 2: Pro $\mathcal{H}_1 = \mathbb{C}^2$ uvažujte standardní bázi (e_1, e_2) . Jak pomocí ní sestrojíme báze prostorů $\mathcal{F}(\mathcal{H}_1)$, $\mathcal{F}_S(\mathcal{H}_1)$, $\mathcal{F}_A(\mathcal{H}_1)$? Napište tyto báze. Přiřaďte každému vektoru střední hodnotu pozorovatelné $E_{e_1}^\oplus$.

Příklad 3: Jaký význam má Fockův prostor sestavený nad $\mathcal{H}_1 = \mathbb{C}$ v případě symetrizace, antisymetrizace? Jaké operátory na něm získáváme prostředky T^\oplus ?

Příklad 4: Uvažujte N částic, které kromě prostorových stupňů volnosti mají nějaký alespoň N -rozměrný vnitřní stav, tedy pro jednoduchost nechť

$$\mathcal{H}_1 = \mathcal{H}_0 \otimes \mathbb{C}^N. \quad (1)$$

Nechť dále (e_1, \dots, e_N) značí standardní bázi \mathbb{C}^N . Uvažujme zobrazení

$$\varphi_i \in L^2(\mathbb{R}^3), \quad i \in \{1, 2, \dots, N\} \quad (2)$$

zkonstruujeme omezené zobrazení

$$\Phi: \mathcal{H}_0^{\otimes N} \rightarrow \mathcal{H}_1^{\otimes N}: (\varphi_1, \dots, \varphi_N) \mapsto (\varphi_1 \otimes e_1) \otimes \dots \otimes (\varphi_N \otimes e_N). \quad (3)$$

Ukažte, že složené zobrazení $\sqrt{N!}P_N \circ \Phi$ splňuje všechny požadavky lineární izometrie pro $P \in \{S, A\}$, takže prostor *rozlišitelných částic* $\mathcal{H}_0^{\otimes N}$ můžeme vnořit do symetrizovaného i antisymetrizovaného prostoru rozšířeného o vnitřní stupně volnosti.

Izometrii zkonstruujte explicitně pro dvě částice. Najděte operátor (splňující požadavek principu nerozlišitelnosti), jaký by v jejím rámci reprezentoval operátor $A \otimes I \in \mathcal{L}_{sa}(\mathcal{H}_0 \otimes \mathcal{H}_0)$.