1 První příklad

1.1

Dokažte, že platí-li infinitezimální transformace komplexního skalárního pole ϕ

$$\phi \longrightarrow \phi' = \phi + \delta\phi,$$

pak čtyřproud

$$J_\mu = \frac{\partial \mathscr{L}}{\partial(\partial^\mu \phi)}\delta\phi + \frac{\partial \mathscr{L}}{\partial(\partial^\mu \phi^\dagger)}\delta\phi^\dagger$$

splňuje rovnici kontinuity.

1.2

Ukažte, že je náboj

$$Q = \int_{\mathbb{R}^3} d^3x J^0(x)$$

konstantní v čase.

1.3

něpametám

1.4

Mějme infinitezimální transformace

$$\phi \longrightarrow \phi' = e^{i\alpha}\phi \qquad\qquad \phi^\dagger \longrightarrow (\phi^\dagger)' = e^{-i\alpha}\phi^\dagger$$

Přepište operátor $\widehat{Q}$ do řeči operátorů ϕ, $\phi^\dagger$ a π, $\pi^\dagger$.

2 Druhý příklad

2.1

Uvedˇte argumenty, které vedly na Diracovu rovnici pro volný elektron $(i\gamma^\mu\partial_\mu - m)\psi = 0$. Uvedˇte také požadované vlastnosti γ matic.

2.2

Odvodˇte jak se transformuje Diracova rovnice vzhledem k Lorentzově transformaci

$$\psi(x) \longrightarrow \psi'_L(x) = S(L)\psi(L^{-1}x)$$

2.3

Pro transformaci $L^{\mu\nu} = \eta^{\mu\nu} + \omega^{\mu\nu}$, kde $\omega^{\mu\nu} = -\omega^{\nu\mu}$ je infinitezimální ověřte, že $S(L) = 1 - \frac{i}{4}\omega_{\mu\nu}\sigma^{\mu\nu}$

2.4

Uvažujte případ, kdy L odpovídá infinitezimální rotaci (pro jednoduchost stačí okolo osy z). Jak se transformuje řešení Diracovi rovnice?