Seesaw mechanismus pro hmotu neutrina

Jednou z velmi živých oblastí současné částicové fyziky je fyzika neutrin. Teprve před několika lety bylo experimentálně definitivně potvrzeno, že neutrina mají nenulovou, i když velmi malou, hmotu. Dosud nezodpovězena zůstává otázka, proč jsou o tolik lehčí než odpovídající nabité leptony e, μ, τ. V tomto úkolu si na zjednodušeném modelu předvedeme jedno z možných vysvětlení – tzv. *seesaw mechanismus*.

Standardní model elektroslabých interakcí předpokládá existenci pouze levotočivých neutrin, pravotočivá zatím nebyla experimentálně pozorována. Jelikož hmotový člen pro Diracovo pole směšuje pravotočivou a levotočivou složku pole, je přítomnost neutrinových hmot v lagrangiánu standardního modelu zakázána. Seesaw mechanismus řeší oba tyto problémy. Do lagrangiánu se přidají pravotočivá neutrina mnohem *těžší* než nabité leptony. Výsledkem jsou paradoxně lehká *majoranovská* neutrina.

(i) Majoranův fermion je "reálné" Diracovo pole, tj. takové, které navíc splňuje Majoranovu podmínku

$$\psi = \psi^{\mathcal{C}}.$$

Dokažte především, že nábojově sdružené pole se při Lorentzových transformacích transformuje stejně jako pole původní, tj. $\psi^{\mathcal{C}}(x) \to S(\Lambda)\psi^{\mathcal{C}}(\Lambda^{-1}x)$. Dále ukažte, že chirální komponenty Majoranova pole jsou svázány vztahem

$$(\psi_R)^{\mathcal{C}} = \psi_L.$$

Výraz $(\psi_R)^{\mathcal{C}}$ a jemu podobné budeme pro přehlednost dále psát bez závorky, tj. $\psi_R^{\mathcal{C}}$. Platí tedy

$$\psi = \psi_L + \psi_L^{\mathcal{C}} = \psi_R + \psi_R^{\mathcal{C}}.$$

Návod: Mohly by se vám hodit následující vlastnosti transformačních matic $S(\Lambda)$, jež plynou z analogických vlastností γ-matic:

$$S^\dagger = \gamma^0 S^{-1}\gamma^0, \quad S^T = CS^{-1}C^{-1}.$$

(ii) Uvažujme nyní lagrangián obsahující pravotočivé a levotočivé pole ψ_R, resp. ψ_L. Ke standardnímu Diracovu hmotovému členu přidáme majoranovský hmotový člen pro ψ_R, takže lagrangián získá tvar

$$\mathcal{L} = \mathrm{i}\bar{\psi}_L \partial\!\!\!/ \psi_L + \mathrm{i}\bar{\psi}_R \partial\!\!\!/ \psi_R - m(\bar{\psi}_L\psi_R + \bar{\psi}_R\psi_L) - \frac{1}{2}M(\bar{\psi}_R\psi_R^{\mathcal{C}} + \bar{\psi}_R^{\mathcal{C}}\psi_R).$$

Pro zjednodušení zápisu zavedeme spinor, jehož horní i dolní komponenta je pravotočivá,

$$\Psi \equiv \begin{pmatrix} \psi_L^{\mathcal{C}} \\ \psi_R \end{pmatrix}.$$

Přepište lagrangián pomocí spinoru Ψ. Mělo by vám vyjít (až na úplnou derivaci)

$$\mathcal{L} = \mathrm{i}\bar{\Psi}\partial\!\!\!/\Psi - \left(\tfrac{1}{2}\bar{\Psi}\mathcal{M}\Psi^{\mathcal{C}} + \text{h.c.}\right),$$

kde definujeme $\bar{\Psi} \equiv (\bar{\psi}_L^{\mathcal{C}}\ \bar{\psi}_R)$ a hmotová matice $\mathcal{M}$ má tvar

$$\mathcal{M} = \begin{pmatrix} 0 & m \\ m & M \end{pmatrix}.$$

(iii) Ukažte, že pro $m \ll M$ je menší z vlastních čísel matice $\mathcal{M}$ rovno $-m^2/M$, zatímco větší z nich je rovno M.

Poznámka: Fyzikální interpretace naznačeného mechanismu je následující. Předpokládáme, že Diracova hmota neutrina m je stejného řádu jako hmota odpovídajícího nabitého leptonu. (Důvod pro tento předpoklad je ten, že po přidání pravotočivého neutrina do lagrangiánu může být Diracova hmota pro neutrino zavedena stejným způsobem jako hmota nabitého leptonu, tzv. *Higgsovým mechanismem.*)

Diagonalizací hmotové matice $\mathcal{M}$ dostaneme dva Majoranovy fermiony s hmotami m^2/M a M. To znamená, že kdyby byla hmota M dostatečně velká, může být lehčí z fermionů přirozeně velice lehký. Poměr hmoty lehkého neutrina a nabitého leptonu je pak roven m/M, tj. poměru hmoty nabitého leptonu a těžkého neutrina, které samozřejmě dosud nebylo pozorováno. Výhodou tohoto typu úvahy je, že nám současně dává řádový odhad hmoty nové částice, kterou musíme do modelu zavést, aby celý mechanismus fungoval.