

Co to je Algebraická topologie?

1. Homotopie

- 1.1. Definice homotopických zobrazení, relace ekvivalence
- 1.2. Homotopická zobrazení relativně k podmnožině
- 1.3. Definice homotopické ekvivalence
- 1.4. Deformační retrakt
- 1.5. Příklady - zobrazovací válec

2. Fundamentální grupa

- 2.1. Spojitá křivka, homotopie křivek s pevnými konci
- 2.2. Reparametrizace
- 2.3. Napojení křivek
- 2.4. Smyčky
- 2.5. Definice fundamentální grupy
- 2.6. Její invariance uvnitř komponenty souvislosti
- 2.7. Definice jednoduché souvislosti
- 2.8. Příklady:
 - 2.8.1. Vektorový prostor
 - 2.8.2. Kružnice
 - 2.8.2.1. Nakrytí (stejnoměrné), zdvih
 - 2.8.2.2. Základní věta algebry
 - 2.8.2.3. Brouwerova věta o pevném bodě ($\dim=2$)
- 2.9. Invariance fundamentální grupy vzhledem k spojitým zobrazením a homotopické ekvivalenci
- 2.10. Kategorie
 - 2.10.1. Objekty
 - 2.10.2. Morfismy - skládání, identita
 - 2.10.3. Funktor
- 2.11. Příklady
 - 2.11.1. Set
 - 2.11.2. Top, Top_*
 - 2.11.3. Grp
 - 2.11.4. Ab
 - 2.11.5. Ch - řetězcové komplexy

3. Homologie

- 3.1. Celulární komplexy (CW)
 - 3.1.1. Definice

- 3.2. Δ -komplexy
 - 3.2.1. n-simplex
 - 3.2.2. Standardní simplex
 - 3.2.3. Definice, struktura Δ -komplexu
 - 3.2.4. Příklady:
 - 3.2.4.1. Torus
 - 3.2.4.2. RP^2
 - 3.2.4.3. Kleinova láhev
 - 3.2.4.4. Hlupákův klobouk
- 3.3. Simplicialní homologie
 - 3.3.1. Prostor n-řetězců, řetězcový komplex, operátor hranice
 - 3.3.2. n-řetězce a n-hranice
 - 3.3.3. Definice simplicialní grupy homologie
- 3.4. Singulární homologie
 - 3.4.1. Stejná pohádka
 - 3.4.2. Topologický invariant, homotopický invariant
 - 3.4.3. Příklady:
 - 3.4.3.1. Jednobodová množina
- 3.5. Exaktní posloupnosti
 - 3.5.1. Augmentovaný singulární komplex, redukovaná singulární homologie
 - 3.5.2. Krátká a dlouhá exaktní posloupnost
 - 3.5.3. Redukovaná homologie sfér
 - 3.5.4. Brouwerova věta o pevném bodě ($\dim=n$)
 - 3.5.5. Hadí lemma
 - 3.5.6. Vyřízení
 - 3.5.7. Homeomorfismy a dimenze (Věta o invariance dimenze - Brouwer, 1910)
- 3.6. Ekvivalence simplicialní a singulární homologie
 - 3.6.1. Lemma o pěti izomorfismech
 - 3.6.2. Bettiho číslo prostoru, torzní koeficienty
 - 3.6.3. Stupeň zobrazení
 - 3.6.4. Hairy ball theorem (Věta o učesání)
 - 3.6.5. Eulerova charakteristika

4. Kohomologie

- 4.1. Kořetězcové komplexy, operátor kohranice (diferenciál), n-tá kohomologie, kohomologické třídy
- 4.2. De Rhamova kohomologie
 - 4.2.1. Kohomologie přímky
 - 4.2.2. Kompaktní kohomologie (přímky)
- 4.3. Meyer-Vietorisova posloupnost
 - 4.3.1. Rozklad jedničky

- 4.3.2. Krátká
- 4.3.3. Dlouhá
- 4.3.4. Kohomologie kružnice
- 4.4. Poicarého lemma
 - 4.4.1. De Rhamova kohomologie jako invariant homotopického zobrazení
 - 4.4.2. Pro kompaktní nosiče
 - 4.4.3. Kohomologie sfér
- 4.5. Čechova-de Rhamova kohomologie
 - 4.5.1. Pokrytí
 - 4.5.2. Souvislost s Δ -komplexy
 - 4.5.3. Zobecněná Meyer-Vietorisova posloupnost
 - 4.5.4. Dvojný kořetězcový komplex, Čechův-de Rhamův dvojný komplex
 - 4.5.5. Totální kořetězcový komplex, totální diferenciál, totální kohomologie dvojného komplexu
 - 4.5.6. Zobecněný Meyer-Vietorisův princip
- 4.6. Kohomologie Liových algeber
 - 4.6.1. Chevalley-Eilenbergův kořetězcový komplex
 - 4.6.2. Chevalley-Eilenbergova kohomologie Liovy algebra vzhledem k reprezentaci
 - 4.6.3. Invarianty reprezentace, (vnitřní) derivace modulu
 - 4.6.4. Abelovké rozšíření algebry modulem, rozštěpení
 - 4.6.5. První a druhé Whiteheadovo lemma
 - 4.6.6. Haarova míra
- 4.7. Svazky a jejich Čechova kohomologie
 - 4.7.1. Kategorie otevřených množin: Op
 - 4.7.2. Čechova kohomologie Lindelöfova prostoru a jeho předsvazku
 - 4.7.3. Poznámky